

シミュレーション物理7

乱数

今回の授業の目的

- 乱数の発生のさせ方を覚える
- なぜ乱数が重要か？
 - 乱数は数値実験の基本
 - 自然界の複雑な現象を乱数を使ってまねする
 - 温度による雑音, サンプル平均など

乱数の出し方

基本的には大きな整数に大きな整数をかける->次の値が予測がつかなくなることを利用

4byte整数の範囲： $2^{32}/2 = 2147483648$ なので大きな整数に大きな整数をかけると

-2147483648 ~ 2147483647

の間に一様に分布することを利用する。これをプログラムで書くとこうなる。

```
iran=65539*iran+125654 !大きな整数iranに適当な大きな整数をかける, 足す  
if(iran<0)iran=iran+2147483647+1 !2147483647を越えると負になるので補正  
x=iran/2147483648.0 !結果が0~1の間になるように規格化
```

この乱数には問題がある

- 一見ランダムに見えて、相関がある。
- 周期も短い
- よってよくできたサブルーチンを利用する。

乱数の分布

- 乱数の分布としてよく使われる二つ
 - 一様分布 $0 \sim 1$ の間に同じ確率で分布
 - 正規分布 釣り鐘状のガウス分布, 平均は0, 分散は1に規格化されているものを用意し, 用途に応じて使う
- 実は上手いやり方があり, 一様分布乱数2個から正規分布乱数2個を作ることが出来る (Box-Muller法)

確率変数の変数変換

x : random, $p(x)$

y : random, $y = f(x)$

$$|P(y)dy| = |p(x)dx| \Rightarrow P(y) = p(x) \frac{dx}{dy}$$

Example : $y = -\log x, x = [0, 1]$

$$P(y) = 1 \times \exp(-y) = \exp(-y)$$

変数2個では？

Box-Muller法

$$p(y_1, y_2)dy_1dy_2 = P(x_1, x_2)dx_1dx_2 = P(x_1, x_2) \frac{\partial(x_1, x_2)}{\partial(y_1, y_2)}$$

$$y_1 = \sqrt{-2\log x_1} \cos 2\pi x_2$$

$$y_2 = \sqrt{-2\log x_1} \sin 2\pi x_2$$

$$Jacobian = -\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp(-y_1^2 / 2) \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp(-y_2^2 / 2)$$

本日使うプログラム

- KindNumbers.f90 !double precisionを定義
- random.f90 !一様乱数のサブルーチン
- random_uniform.f90 ![0,1]の一様乱数をサブルーチンを使って発生させるメインプログラム
- random_gauss.f90 !上の正規分布(平均0, 分散1)バージョン
- 講義ノートのページからrandom.tarをPCにダウンロードして、dahlmanにアップロード
- tar xvf random.tar
で解凍する

実行のさせ方

- まずモジュールをコンパイル
f90 -c KindNumbers.f90
f90 -c random.f90
- 実行ファイルを作る
f90 -o randomuniform random_uniform.f90
KindNumbers.o random.o
f90 -o randomgauss random_gauss.f90
KindNumbers.o random.o
- 次に実行
randomuniform
randomgauss

課題

- 乱数を1000個発生させ、このヒストグラムを作る。一様乱数、正規分布乱数両方とも。(乱数を画面でなくファイルに書きだし、それをエクセルで解析すればよい。分析ツールを使う。0.2間隔の列を作りそれを範囲として選択する。(列ごとには選ばない。出力は他のシートにする。))
- 乱数を使って円周率を求めるプログラムを作る。やり方は黒板で説明。これは提出課題(12月末までに提出)。