

# 基礎物理学 試験問題

2010年6月7日

1

半径  $r$  の円周上を動く点の位置ベクトルを次のように表す。

$$\mathbf{r} = (r \cos \theta, r \sin \theta) \quad r = \text{一定}, \quad \theta = \theta(t).$$

- (1) 点の円周上での運動（一般には等速円運動ではない）を考えた時、この点の速度  $\dot{\mathbf{r}} = \frac{d}{dt}\mathbf{r}$  は  $\mathbf{r}$  に直交していることを示せ。
- (2) 今、点が等速円運動をしている、即ち  $\dot{\theta} = \frac{d}{dt}\theta = \omega$  (一定) とする。このとき点の加速度  $\ddot{\mathbf{r}} = \frac{d^2}{dt^2}\mathbf{r}$  は  $-\mathbf{r}$  方向を向いたベクトルであることを示せ。また、その大きさは  $\omega$  を使ってどう表せるか？

2

水平面上を  $x$  の正方向に直線運動する質量  $m$  の物体が、速度  $v$  に比例した抵抗  $-kmv$  ( $k > 0$ ) を受けるとする。今、 $t = 0$  において、 $x = 0$  にある物体に初速  $v_0$  を与えた。

- (1) この運動の運動方程式を書け。
- (2) 時刻  $t$  での物体の速度  $v$  を求め、時間の関数として  $v$  のグラフをかけ。

3

変位  $x$  に比例する復元力  $-kx$  を受けている質量  $m$  の物体の運動方程式は、 $\omega_0 = \sqrt{k/m}$  とおくと、

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = -kx \quad \longrightarrow \quad m \frac{d^2 x}{dt^2} = -m\omega_0^2 x \quad \longrightarrow \quad \frac{d^2 x}{dt^2} = -\omega_0^2 x$$

と書け、単振動を表わす方程式になる。以上を踏まえた上で以下の問いに答えよ。

- (1)  $x$  軸上を運動する質量  $m$  の質点に復元力  $-m\omega_0^2 x$  が働いている。この場合の運動方程式を解くことにより、時刻  $t$  での質点の位置  $x$  を求めよ。ただし質点は時刻  $t = 0$  で  $x = 0$ 、 $\frac{dx}{dt} = v_0$  の状態にあったとする。  
また時刻  $t = 0$  で  $x = a$ 、 $\frac{dx}{dt} = 0$  の状態にあったとすると、 $x(t)$  はどうなるか。
- (2)  $x$  軸上を運動する質量  $m$  の質点に復元力  $-m\omega_0^2 x$  と抵抗力  $-2m\gamma \frac{dx}{dt}$  が働くとする。
  - (a) この場合の運動方程式を書け。
  - (b)  $\omega_0 > \gamma$  とする。 $x = A \exp(-\gamma t) \cos(\omega' t + \theta)$  を運動方程式に代入し、 $\omega'$  を決定せよ。
  - (c)  $t = 0$  で  $x = L$  の位置からそつと物体を離れた。その後の運動をグラフで表せ。 $(x(t))$  を縦軸に、 $t$  を横軸にとり、グラフのだいたいの形を書くこと。
- (3) 復元力  $-m\omega_0^2 x$  以外に、角振動数  $\omega$  で振動する外力  $F(t) = m f_0 \sin \omega t$  が作用する場合の強制振動を考える。但し、 $\omega_0 \neq \omega$  とし、抵抗は考えない。
  - (a) この場合の運動方程式を書け。
  - (b) この方程式の解を  $x(t) = A \sin(\omega t)$  と仮定し、 $A$  を求めよ。
  - (c) この  $A$  の振る舞いから共鳴現象を説明せよ。

4

雨の中、洗面器に車輪をつけて速さ  $v_0$  で走らせる。洗面器には1秒間に  $\sigma$  だけ、雨水がたまるとする。このとき、洗面器の速さはどのように変わるか。

授業の改善点や感想を書いて下さい。点数には関係ありません。