8 慣性力

8.1 慣性力

電車の中の力　一時代前の電車は加速，減速が急で人が倒れそうになることがよく起こった．さらに一時代さかのぼると，加速，減速はもっと乱暴で，汽車で寝ているとめがねが落ちてしまうほど急だったようだ．

現在はこのような急な加速，減速は事故，または事故を回避しようとした場合しか起こらないように操作されている．特に新幹線などは車酔いしないように工夫されている．

☞ 新幹線の加速度は 1.6 km/h/s 程度である．これは，0.44 $\mathrm{m/s^2}$ で重力加速度の 20 分の 1 以下である．非常にゆっくりした加速だが，100 秒後には時速 160 km になる．

このような車内で感じる（生じるではなく「感じる」がポイントである）力は，実際に発生した力ではなく，列車が加速したときに現れる見かけ上の力である．このような力はどのようにして現れるのか? 図 8.1 を見てみよう．いま，列車は一定の加速度 α で発車したとしよう．t 秒後には，

$$\ell = \frac{1}{2}\alpha t^2 \tag{8.1}$$

だけ動く．もちろん，列車の椅子 A も同じだけ前に出る．

図 8.1　列車内での見かけの力

ところが，質量 m の頭は慣性の法則により，列車が動き出す前の位置にとどまろうとする．椅子 A が頭の位置に到達すると，頭を強打することになる．何らかの力が働いて頭が椅子にぶつかるというより，なにも力が働か

ないので頭がぶつかってしまったのだ．

慣性力　いま，レール上の座標を x 軸，車内での座標を x' 軸とする（図 8.2）．列車は加速しているので，x' は加速している系で測定した座標である．これを**加速度系**とよぶ．はじめにそれぞれの原点 O, O' をそろえておく．t 秒後には O と O' は $\ell = \dfrac{1}{2}\alpha t^2$ だけずれる．これより図 8.2 を参考にして，

$$x = x' + \frac{1}{2}\alpha t^2 \tag{8.2}$$

となる．ところでニュートンの運動方程式

$$m\frac{d^2 x}{dt^2} = F \tag{8.3}$$

は静止している（もしくは等速度運動している）座標系で成り立つものである．この場合，レール上の座標 x は確かに静止している系での座標である．

☞ 3.2 でニュートンの運動方程式を導入したとき，このことを暗黙に仮定している．

図 8.2　レール上の座標 x と車内の座標 x'

加速度系ではかった座標 x' に関して，ニュートンの運動方程式がどのようになるかは，式 (8.2) を代入してみればよい．

$$m\frac{d^2 x}{dt^2} = m\frac{d^2\left(x' + \frac{1}{2}\alpha t^2\right)}{dt^2} = F \tag{8.4}$$

よって，

$$m\frac{d^2 x'}{dt^2} = F - m\alpha \tag{8.5}$$

この式が列車上の座標で記述した運動方程式である．すなわち **加速度系では,「質量」× 「加速度」の値に等しい力が，加速度の方向と反対に働く**．この力はあくまで見かけ上の力である．真の力 F が働いていない場合，この見かけ上の力のみが働いているように見える．

このような見かけ上の力は，結局，列車内の質量 m の物体が，慣性の法則により静止状態を保つ（もしくは等速直線運動をつづけようとする）た

めに現れるので，**慣性力**とよばれる．慣性力 $\boldsymbol{F}_I$ は，一般に

$$\boldsymbol{F}_I = -m\alpha \tag{8.6}$$

と書ける．

エレベーターの中　エレベーターの上下運動では，鉛直方向の正と負の加速度が絶えず発生し，慣性力が感じられる．しかも重力が存在するので，その合成となる（図 8.3）．いま，エレベーターは地上の観測者 A からみて，加速度 α で上向きに動いているとする．

図 8.3　エレベーターの中での力

質量 m の人体にかかる力は，下向きの重力と上向きの床からの抗力 N である．鉛直上方向を正として，

$$m\alpha = N - mg (= F) \tag{8.7}$$

となる．一方，エレベータの中の観測者 B の立場では，つぎのようになる．B から観測すると，人体は静止しているので，加速度は 0 に見える．一方，力は上の式における F の他に，慣性力 $-m\alpha$ が加わる．よって，

$$0 = N - mg - m\alpha \tag{8.8}$$

$$\therefore N = mg + m\alpha \tag{8.9}$$

α が負の場合，抗力 N は減る．特に $\alpha = -g$ の場合，抗力 N は 0 となる．このとき，人は「地に足がつかない」状態（無重力状態）となる．

したがって，無重力状態を経験したり，各種の実験を行いたければ，なにも宇宙に命がけで行かなくてもよいことがわかる．北海道の廃坑を利用して無重力の実験を行える．この場合，無重力は数秒しか続かない．また，飛行機で上空にあがり，そこから下方に向かうことで無重力を 30 秒ほど体

験できる．

例題 8.1　エレベーターの中の体重

エレベーターの中に置かれた体重計の上に，体重 60kg の人が乗っている．エレベーターが一定の加速度 $0.98\mathrm{m/s}^2$ で下降するとき，体重計の目盛りは何 kg を指すか．

解　体重計と人との間の抗力の大きさ N が，体重計の示す体重である．エレベーターの中で見ると人は静止しているから，これに働く力はつり合っている．この人には，下向きを正として，抗力 $-N$，慣性力 $-m\alpha\,(\alpha = 0.98m/s^2)$，重力 mg が働いているので，

$$
\begin{aligned}
0 &= mg - N - m\alpha \\
\therefore N &= mg - m\alpha \\
&= 60 \times (9.8 - 0.98) \\
&= 530[N] = 54kg\text{重}
\end{aligned}
$$

砂の躍り　太鼓の皮（膜）の上に砂をばらまき，太鼓をたたく．すると砂は激しく躍りながら，膜面に美しい模様を作る（図 8.4）．

図 8.4　砂の躍り

このとき，膜面の 1 点は上下に振幅 A の単振動をしている．膜面の高さを x とすると $x = A\sin(2\pi\nu t)$ である．その加速度 α は

$$\alpha = -A(2\pi\nu)^2\sin(2\pi\nu t) \tag{8.10}$$

となる．ν は膜の振動数である．このため，砂が膜から受ける抗力は，エレベーターの場合を同じように，

$$N = mg - \alpha = mg + mA(2\pi\nu)^2\sin(2\pi\nu t) \tag{8.11}$$

となる．

この式からわかるように，$N \leqq 0$，すなわち

$$A(2\pi\nu)^2 \sin(2\pi\nu t) \leqq -g \tag{8.12}$$

のとき，砂に働く抗力は 0 となり，砂はまくから離れて「踊り出す」．

$\sin(2\pi\nu t) = -1$ となるときが，上式の左辺の最小値なので，

$$-A(2\pi\nu)^2 \leqq A(2\pi\nu)^2 \sin(2\pi\nu t) \leqq -g \tag{8.13}$$

これを書き直すと，

$$(2\pi\nu)^2 \geqq g/A \tag{8.14}$$

すなわち，膜の振動数 ν が $\sqrt{g/4\pi^2 A}$ よりも大きいとき，または振幅 A が $g/(2\pi\nu)^2$ よりも大きいとき，砂は踊り出す．太鼓の振幅 A は場所によって異なる．太鼓の縁付近では小さく，真ん中付近で大きい．よって真ん中付近で砂が飛び跳ねる．

等価原理　「銀河鉄道」は，一定の加速度で無限に伸びた直線の線路を走り続ける．ここで生まれ育った人は，窓から星を見つめているが，自分が銀河鉄道に乗っているとは想像できない．この人には常に後方に力が働いているように感じられる．つまりすべてものが，列車の後方に「落下」する（図 8.5）．

図 8.5　銀河鉄道の中での物体の落下

この列車の中で育ったリンゴの木は，列車の後方に壁から垂直に伸び，リンゴの実は壁に垂直に落ちる．したがってここに住む人は，子どもの頃から，壁に垂直に立って生活するようになる．

しかもこの人は，子供の頃から，自分のまわりに存在する力は，その質量 m に比例するということがわかる．このため，この人は地球の重力の下で育つ人と同じ経験をする．そのため，銀河鉄道で生まれ育った人にとっては，身の回りに働く力を実際の重力と考えてしまう．この人にとって，重力

と加速度運動による見かけ上の力（慣性力）を区別することはできないのである．

このように**原理的に**重力と慣性力は区別できないと要請するのが**等価原理**である．

もう少し，等価原理について考察してみよう．地球上の重力は

$$F = mg = -G\frac{Mm}{r^2} \tag{8.15}$$

である．m は物体の質量であるが，これは万有引力の中に現れるものであるから，重力を測定することによって決まる．こうして決まる質量を**重力質量**とよび，m_G と表す．

一方，慣性力によって表される質量は，ニュートンの運動方程式に現れる質量であり，これはもともとの物体の慣性を表すものである．このため，こうした質量を**慣性質量**とよび，m_I で表す．

$$m_G = m_I \tag{8.16}$$

ということは証明できない．等価原理はこの重力質量と慣性質量が等しいことを，物理学の基本法則として要請しているのである．

8.2　遠心力

ディズニーランド　ディズニーランドにスペースマウンテンというアトラクションがある．まわりは暗く，宇宙船は急加速．しかも横方向の加速度も加わり，内臓が飛び出すと思うほどである．

この横方向の加速度は，くねくねと曲がることによって生じる．この「くねくね」は円運動を組み合わせたものと考えられる（図 8.6）．そこでわかりやすくするために，円軌道を描く回転する小部屋 A を考えよう（図 8.7）．小部屋が「宇宙船」にあたる．時間が経つと，小部屋 A は A′ まで移動する．このとき，小部屋の中の質量 m の物体 B は，慣性の法則によって等速直線運動をするので B′ に移動する．この見方は小部屋の外にいる観測者によるものであることに注意したい．

ところがこの小部屋にいる人には，質量 m の物体が，時間が経つと壁 K に近づくように見える．この壁を「下」とすれば，物体は下に落下しているように見える．この落下は見かけの力であり，前節で述べた慣性力の一種によるものである．

すでに半径 r，速度 v の等速円運動の加速度は，動径方向に v^2/r となることを知っているので，前節の説明を拡張して，慣性力は

$$F_I = -m\alpha = -m\frac{v^2}{r} \tag{8.17}$$

となる．これが**遠心力**である．

図 8.6 スペースマウンテンの軌道．円軌道の組み合わせと考えられる．

図 8.7 円運動する小部屋 A

遠心力 遠心力による加速度を導出しておこう．図 8.7 で，速さ v の等速円運動では，その角速度 ω は v/r で与えられる．微小時間 Δt の間に，小部屋は $\omega\Delta t$ だけ回転する．この間に物体は h だけ，壁 K に向かって「落下」する．図を見て明らかなように，落下距離 h は

$$(r+h)\cos(\omega\Delta t) = r \tag{8.18}$$

であり，Δt が小さいとき，$\cos(\omega\Delta t) \fallingdotseq 1-(\omega\Delta t)^2/2$ を満たすので，

☞ 式 (4.41) 参照

$$h \fallingdotseq \frac{1}{2}r(\omega\Delta t)^2 \tag{8.19}$$

を得る．

☞ ここで h は r に比べて，$\omega\Delta t$ は 1 に比べてはるかに小さいとして，$h(\omega\Delta t)^2$ の項を無視した．

一方，この物体に α という加速度が働いているとすると，物体は $\alpha\Delta t^2/2$ という距離だけ落下する．よって

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}r(\omega\Delta t)^2 &= \frac{1}{2}\alpha\Delta t^2 \\ \therefore \alpha &= r\omega^2 \end{aligned} \tag{8.20}$$

よって，

$$F_I = -m\alpha = -mr\omega^2 \tag{8.21}$$

が得られる．

遠心力は円の中心から外側に向かって働くから，

$$\boldsymbol{F}_I = m\omega^2 \boldsymbol{r} \tag{8.22}$$

と書ける．あるいは，この回転面を x-y 面とすると，

$$\boldsymbol{F}_I = m\omega^2 (x, y) \tag{8.23}$$

である．

遠心力さまざま　洗濯機の機能の 1 つ，脱水は遠心力を利用して「水を切る」．脱水機の回転速度は速く，たとえば 1 秒間に 10 回転 (=20π ラジアン) とすると

$$\omega = 20\pi\, s^{-1} \tag{8.24}$$

となる．脱水機の筒の半径を 50 cm=0.5 m とすると，遠心力の加速度は

$$\alpha = r\omega^2 \tag{8.25}$$

$$= 0.5 \times (20\pi)^2 \tag{8.26}$$

$$= 1974\, m/s^2 \tag{8.27}$$

$$= 201g \tag{8.28}$$

つまり重力加速度のおよそ 200 倍である．これは水に加わる慣性力となるので，重力の 200 倍の慣性力が働くことになる．洗濯物を脱水装置にかけずに干した場合，重力により水がしたたり落ちるが，脱水装置はその 200 倍の力で水を切ってくれるのである．

同じような装置に，液体中の各成分を仕分けるのに用いられる，**遠心分離機**というものがある．この原理も簡単である．コップに溶液を静かに放置すると，重いものほど下にたまる．たとえば，家庭で作った生ジュースをコップに入れてテーブルに静かに置く．すると下澄みには，果物の皮などの重い成分がたまる．そして上澄みはほとんど透明な甘い水溶液となる．

この重力による仕分けを遠心力で行うのが遠心分離機である．遠心分離機を用いれば，重力中に静かに置いておくより，はるかに早く正確に仕分けを行える (写真 8.8)．

遠心分離機はさまざまな科学技術に応用されている．原子力発電の燃料に使う濃縮ウランを取り出すにも遠心分離機が使われる．遠心分離機はこのような用途にも使えるので，輸出に厳しい制限がかけられている．

☞ ウランは様々な同位体からなる．同位体は化学的な性質は同じであるが，質量，核反応の性質が異なる．このうち，原子力発電に適した同位体だけを遠心分離機で抽出するのである．

遠心分離機は医学の分野にも応用されている．代表的な例が血液検査である．血液を遠心分離機にかけると，血球と血清とに分けられる．この血

図 8.8　脱水機と遠心分離機

清部分を調べることで，肝臓，腎臓などの障害がわかるのである．

例題 8.2　赤道と北極の重力加速度

赤道半径が北極方向の半径よりも 1/300 大きいとすると，赤道の重力加速度は何パーセント，小さくなるか？赤道における遠心力の効果はどの程度か？

解　$|x|, |nx| \ll 1$ のとき，$(1+x)^n \fallingdotseq 1+nx$ を使うと，$(1-1/300)^2 \fallingdotseq 1-1/150$. よって $1/150 = 0.67\%$. 重力加速度に直すと，$g \times 0.67/100 = 0.066$ m/s^2.

遠心加速度は $v^2/R = R\omega^2$. $\omega = 2\pi/24/60/60 = 0.000073$ ラジアン / s. 加速度は 0.034m/s^2.

8.3　コリオリの力

傘回し　雨の日，子どもが傘を回している様子を考えよう（図 8.9）．このとき，傘から水滴が飛び出していく．その方向は傘の骨と垂直な方向である．

この様子を傘の中心にいる蛙から見たとしよう．この蛙からは水滴は骨の方向（動径方向）に飛び出しているように見える．つまり遠心力が働いているように感じるのである．しかしそれだけではない．蛙自体，回転しているので，体がどんどん左回りにずれていく．このため，傘からいったん飛び出した水滴は，そのまままっすぐに飛んでいるようには見えず，少し右回りに軌道を描くように見えるはずである．(図 8.9 の a, b, c, d,$\cdots$.) 蛙にとっては，水滴には，遠心力の他に，軌道を右にずらす力が見かけ上，観測されるのである．

このことをもう少し，定量的に調べるために，一定の角速度 ω で回転する半径 r の円板を考える（図 8.10）．円板面の摩擦はないと考えると，中心 O から速さ v で点 A をめがけて打ち出された物体は，そのまま，慣性の法

図 8.9　傘回しをしたときに水滴の飛ぶ方向

則で直線運動をして，はじめに A があった方向に向かう．これが地上に静止している観測者の観点である．しかしこの間に円板は回転しているので，A 点は動いてしまう．物体が r/v だけの時間をかけて円の縁に到達したとき，そこははじめにねらっていた A 点ではなく，A' の位置である．

図 8.10　コリオリの力

これを円板の中心にいる観測者から見ると，点 A をねらって打ったのに，物体の軌道はそれて A' に行ってしまうようになる．これは物体の軌道に垂直に，右向きの力が発生したためだと解釈してしまう．

円板の回転運動は，等速直線運動ではないので慣性力が働くことになる．この「右にずらす」力も慣性力の一種である．これを**コリオリの力**という．

コリオリの力　ここでコリオリの力の大きさを求めよう．図 8.10 で A から A' へと軌道をずらす力があるとして，それによる加速度を β とする．等加速度運動を考えると，この加速度によって動く距離は，$\beta t^2/2$ である．O

から A′ に行くまでにかかる時間は，r/v なので，軌道のずれは

$$h = \frac{1}{2}\beta t^2 = \frac{1}{2}\beta\left(\frac{r}{v}\right)^2 \qquad (\text{中心 } O \text{ にいる円板上の観測者}) \tag{8.29}$$

ところで図 8.10 からわかるように A と A’ の距離は，t が十分小さく弧の長さを直線で近似できるとすると，

$$h = \overline{AA'} = r\omega t = \frac{\omega r^2}{v} \tag{8.30}$$

である．よって，

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}\beta\left(\frac{r}{v}\right)^2 &= \frac{\omega r^2}{v} \\ \therefore \beta &= 2\omega v \end{aligned} \tag{8.31}$$

となる．よって慣性力の一種であるコリオリの力は

$$F_c = m\beta = 2m\omega v \tag{8.32}$$

コリオリの力の方向は，速度 $\boldsymbol{v}$ に垂直で，進行方向右向きである．いま，回転の加速度 ω を，ベクトル $\boldsymbol{\omega}$ に拡張する．大きさは ω，方向は円板に垂直で，円板の回転に対してねじが進む向きとする（図 8.11）．この場合，$\boldsymbol{\omega}$ は z 方向である．一方，回転が上から見て時計回りなら $\boldsymbol{\omega}$ は z 方向負の向きである．

☞ これは円盤の回転方向があくまで上から見て反時計回りだからである．時計回りの場合，進行方向左向きとなる．例題参照．

図 8.11　コリオリの力 $\boldsymbol{F}_c$ の向き

このように考えると，$\boldsymbol{v}$ を y 軸，$\boldsymbol{\omega}$ を z 軸方向にとることができる．このとき，コリオリの力は x 軸を向いている．これをベクトル $\boldsymbol{F}_c$ で表すと，これは $\boldsymbol{v}, \boldsymbol{\omega}$，両方に対して垂直である．よって $\boldsymbol{F}_c$ は 7.2 節で説明したベクトル積を用いて，

$$\boldsymbol{F}_c = 2m(\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{\omega}) \tag{8.33}$$

となる．

例題 8.3　地球上の水平面での円運動

地球上のなめらかな水平面上を，速さ v で発射された質量 m の物体は，コリオリ力により円運動を行う．このときの円運動の半径を求めよ．

解　北半球を考える．鉛直方向を z 軸に，水平方向のうち東を x 軸，北を y 軸とする．緯度を α とすると，地球の自転の角速度ベクトルは $\boldsymbol{\omega} = \omega(0, \cos\alpha, \sin\alpha)$ である．物体の初速度をたとえば $\boldsymbol{v} = (v, 0, 0)$ とおくと，コリオリ力による加速度は，

$$\boldsymbol{a} = 2\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{\omega} = 2v\omega(0, -\sin\alpha, \cos\alpha) \tag{8.34}$$

となる．z 成分は重力加速度よりもはるかに小さいので，無視できる．y 成分と遠心力のつり合いから，

$$\frac{mv^2}{r} = 2mv\omega\sin\alpha$$

$$\therefore r = \frac{v}{2\omega\sin\alpha}$$

となる．なお，この円運動の角速度は $2\omega\sin\alpha$ である．

博物館などで見かけるフーコーの振り子を考えてみよう．上の例題と同じように，北半球を考え，鉛直方向を z 軸に，水平方向のうち東を x 軸，北を y 軸とし，緯度を α とする．地球の自転の角速度ベクトルは $\boldsymbol{\omega} = \omega(0, \cos\alpha, \sin\alpha)$ である．振り子は微小振動しているとして，$\dot{z}$ を無視し，物体の速度を $\boldsymbol{v} = (\dot{x}, \dot{y}, 0)$ とおくと，運動方程式は

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = -mg\frac{x}{l} + 2m\omega\dot{y}\sin\alpha \tag{8.35}$$

$$m\frac{d^2y}{dt^2} = -mg\frac{y}{l} - 2m\omega\dot{x}\sin\alpha \tag{8.36}$$

となる．第 1 式に $-y$ を，第 2 式に x を掛けて加えると，

$$x\ddot{y} - \ddot{x}y = -2\omega(x\dot{x} + y\dot{y})\sin\alpha \tag{8.37}$$

となる．これはちょうど

$$x\dot{y} - \dot{x}y = -\omega(x^2 + y^2)\sin\alpha + \text{定数} \tag{8.38}$$

を微分した形になっている．最下点を通ることを条件とすると $(x, y) = (0, 0)$ が上の方程式を満たすので，定数は実は 0 である．

定数を 0 とした式に，極座標，$(x, y) = (r\cos\phi, r\sin\phi)$ を代入しよう．

$$\dot{x} = \frac{d}{dt}(r\cos\phi) = \dot{r}\cos\phi - r\dot{\phi}\sin\phi \tag{8.39}$$

$$\dot{y} = \frac{d}{dt}(r\sin\phi) = \dot{r}\sin\phi + r\dot{\phi}\cos\phi \tag{8.40}$$

なので，

$$r^2\dot{\phi} = -\omega r^2\sin\alpha + \text{定数} \tag{8.41}$$

となる．よって

$$\dot{\phi} = -\omega\sin\alpha \tag{8.42}$$

これは，振り子の振動面が $\omega\sin\alpha$ の角速度で回転していることを意味している．緯度 30° ではちょうど 2 日で 1 周する．

以上より，地下にこもって空が全く見えない状況でも，フーコーの振り子によって地球が自転していることを示すことが出来る．実験室にこもり万有引力定数を決定することで，地球の重さを決定したキャベンディッシュの実験 (第 7 章) を思い出させる．

コリオリの力の世界　地球上でコリオリの力が主役を演じるのは，気象現象である．たとえば，高気圧 (H) から低気圧 (L) に吹き込む風の動きに注目しよう．H と L を結ぶ直線方向に風が吹くならば，すぐのその気圧差は解消するはずである（図 8.12）．実際には，いったん発生した高気圧，低気圧は相当長い間，存在し続ける．

図 8.12　低気圧と高気圧

この長い持続時間の原因の 1 つは，コリオリの力のために，風の方向が曲がってしまうためである．図のように風は等高線に垂直には吹かないで，北半球では右にずれる．風は低気圧，高気圧の中心に吹き込むというより，そのまわりに渦を巻くように流れ，気圧差が簡単には解消しないのである．

☞ 風の向きは気圧差による力，コリオリ力と地面との摩擦力の釣り合いで決まっている．

熱帯性低気圧である台風（ハリケーン，サイクロンなど，地域によって名前はいろいろである）の目ができるのも，このコリオリの力による．

冬場の西高東低の気圧配置と風向きや，北半球中緯度における西から東への偏西風，低緯度における東から西への貿易風は，コリオリの力が原因の 1 つとなっている．

☞ 偏西風のため，天気は西から変わってくる．また，ヨーロッパ，アメリカを結ぶ航空便は，西から東に行く方が，東から西よりも飛行時間が短い．ヨーロッパに行く場合，行きが 12 時間程度，帰りは 11 時間程度と，1 時間ほどの差が出る．飛行機は音速近くで飛ぶので，偏西風がいかに大きい速度をもっているかがわかる．

例題 8.4　台風の渦

北半球の台風の渦の巻き方を求めよ．また南半球ではどうなるか．

解　南半球では，角速度ベクトルが地面に対して下向きの成分を持っている．この場合，コリオリ力は式 (8.33) より，進行方向左向きに働く．よって台風の渦は，北半球では上空から見て反時計回りであるが，南半球では時計回りになる．

演習問題 8

A

1. **円錐振り子**

長さ ℓ のひもに質量 m のおもりをつけ，ひもの運動が円錐面をなすように回したものが，**円錐振り子**である．円運動の角速度 ω と頂角 θ の関係を述べよ．

2. **電車の中の振り子**

長さ ℓ のひもに質量 m のおもりをつけた振り子が電車の天井から吊されている．電車は加速度 a の等加速度運動を行っているとする．

図 8.13　電車の中の振り子

(a)　おもりが重力と慣性力とでつり合って電車の中の人から見ると静止している．このときのひもの鉛直方向からの傾きを求めよ．

(b)　振り子は上に求めた角度 θ のまわりに微小振動する．このときの振り子の振動の周期を求めよ．

(c)　おもりが進行方向と垂直（図の場合，紙面に垂直）に振動する場合の周期はどうなるか．

3. **バケツの水の回転**

図のように水の入ったバケツを角速度 ω で回転させると，やがて内部の水も同じ角速度で回転するようになる．すると水の中心付近はくぼみ，水面は曲面になる．このとき，図に示すように回転軸からの距離を y，鉛直方向の距離を z とする．水面の関数形は $z = f(y)$ となる．

いま，水面の微小部分のまわりの質量を Δm ととると，これに重力

図 8.14　バケツの中の水

$(\Delta m)g$ と遠心力 $(\Delta m)y\omega^2$ が働き，水圧とつり合っている．

(a)　このとき，

$$\frac{\Delta z}{\Delta y} = \frac{y\omega^2}{g}$$

となることを示せ．

(b)　この関係を与える関数形 $z = f(y)$ は放物線となることを示せ．