

基礎物理学 中間試験問題

2012年6月11日

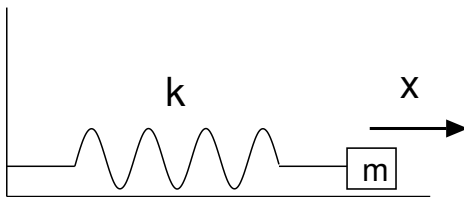
1

- (1) 一定の重力 g の下で、速度 v に比例した抵抗 $-Cv$ ($C > 0$) を受ける質量 m のおもりの鉛直方向 (y 軸方向) の運動を考える。今、 $t = 0$ に原点でおもりからそっと手を離して落下させた。
- (a) この運動の、 y 方向 (鉛直方向) の運動方程式を書け。
- (b) 上の (a) で求めた運動方程式を積分し、時刻 t での質点の速度を求めよ。
- (c) 上の (b) で求めた結果を積分し、時刻 t の質点の位置を求めよ。
- (2) 雨滴が落下しながら、周りの空気中に静止している水滴を取り込んで大きくなっていくプロセスを考える。雨滴は単位時間当たり質量 μ の水滴を取り込むとし、時刻 $t = 0$ で質量が m_0 、速さが 0 であったとする。時刻 t での雨滴の速さはいくらか。

2

図のように、質量 m のおもりがバネ定数 k のバネにつながれており、なめらかな床の上でバネ方向 (x 方向) にのみ運動する。ただし、 x 軸の原点はバネの自然長の位置とする。

- (1) まず、外力がない場合について考える。
- (a) おもりの変位 x に対する運動方程式を書き下せ。
- (b) $t = 0$ での位置と速度が、 $x = 0$ 、 $v = v_0$ で与えられる場合の運動方程式の解を求めよ。
- (c) 運動方程式から力学的エネルギーの保存則を説明せよ。
- (2) 次に、抵抗 $-C \frac{dx}{dt}$ が働いている場合を考える。但し抵抗は小さく、 $\frac{k}{m} > \frac{C^2}{4m^2}$ が成立する。
- (a) おもりの変位 x に対する運動方程式を書き下せ。
- (b) その解が、 $x = A_0 e^{-\kappa t} \sin \omega t$ と書けると仮定して、未知の κ と ω を求めよ。



3

- (1) 2次元空間中で粒子がポテンシャル $V(x, y) = A(x^2 + 2xy + 3y^2)$ の中で運動しているとする。 (x, y) において、粒子に働く力 $\mathbf{F} = (F_x, F_y)$ を求めよ。
- (2) 位置 (1,1) から位置 (2,3) へと粒子を移動させるのに必要な仕事を求めよ。

4

海の深さを h 、重力定数を g 、海水の密度を $\rho_{\text{海水}}$ とする。 $v = k_1 g^x h^y \rho_{\text{海水}}^z$ として、 x, y, z を求めよ。水深 10m で波の速さは 10 m/s であったとする。水深 4000メートルでは波の速さはいくらになるか？